

בדד

בכל דרכיך דעהו
והוא יישר ארחתיך

כתב-עת לענייני
תורה ומדע

40-38

תשמ"ד - תשמ"ו

הוצאת אוניברסיטת בר-אילן





כתב-עת לענייני תורה ומדע

חוב' 38-40
תשפ"ד-תשפ"ו

עורך
עלי מרצבך

הוצאת אוניברסיטת בר-אילן 

עורך:

עלי מרצבך, המחלקה למתמטיקה, אוניברסיטת בר-אילן

עורכי משנה:דניאל שפרבר, המחלקה לתלמוד, אוניברסיטת בר-אילן
יהודה פרידלנדר, המחלקה לספרות עס-ישראל, אוניברסיטת בר-אילן**עורך קודם (גליונות 1-16):** יחיאל דומב ז"ל**מערכת:**

ישראל אומן	המרכז הבינתחומי לחקר הרציונליות, האוניברסיטה העברית בירושלים
אהרן אנקר	הפקולטה למשפטים, אוניברסיטת בר-אילן
יוסף בודנהיימר	בית ספר גבוה לטכנולוגיה (מכון לב), ירושלים
דניאל הרשקוביץ	אוניברסיטת בר-אילן
ארי זיבטפסקי	המרכז הרב תחומי לחקר המוח על שם לסלי וסוזן גונדה (גולדשמיט), אוניברסיטת בר-אילן
יהושע ליברמן	בית ספר למנהל עסקים, המכללה האקדמית נתניה
דוד לייזר	המחלקה לפסיכולוגיה, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
שוברט ספירו	היחידה ללימודי יסוד, אוניברסיטת בר-אילן
שמואל ספרן	המחלקה לחומרים ופני שטח, מכון ויצמן, רחובות
זהר עמר	המחלקה ללימודי ארץ-ישראל, אוניברסיטת בר-אילן
הלל פורסטנברג	המחלקה למתמטיקה, אוניברסיטת בר-אילן
דרור פיקסלר	הפקולטה להנדסה, אוניברסיטת בר-אילן
אריה פרימר	המחלקה לכימיה, אוניברסיטת בר-אילן
משה קופל	המחלקה למדעי המחשב, אוניברסיטת בר-אילן
אלכסנדר קליין	היחידה לסטטיסטיקה, אוניברסיטת בר-אילן
מנחם קלנר	המחלקה למדעי היהדות, אוניברסיטת חיפה
שבתי אברהם	המכון הגבוה לתורה, אוניברסיטת בר-אילן
הכרן רפפורט	מכון הרב יוסף סולובייצ'ק, בוסטון
יעקב שכטר	המחלקה לכימיה, אוניברסיטת בר-אילן
שמואל שפרכר	

ISSN 0793-3894

©

כל הזכויות שמורות לאוניברסיטת בר-אילן, רמת גן

אין להעתיק חוברת זו או קטעים ממנה בשום צורה ובשום אמצעי אלקטרוני, מגנטי או מכאני (לרבות צילום, מזעור והקלטה) ללא אישור בכתב מהמוציא לאור

רמת גן, תשפ"ו

תוכן העניינים

7	עלי מרצבך: פרידה מעריכת כתב העת בד"ד
9	אריאל קטן: עד שיתחשב
27	אריאל קטן: המספר e בתלמודים - "עישורייתא דבי רבי"
59	דביר רוס: סטטיסטיקה של הלכות פרישה סמוך לווסת - ניתוח מאגר נתונים
75	אריאל קטן: עגולה רואין אותה כאילו היא מרובעת
125	דורון ויצטום: מחקר הצפנים בתורה: מדידת "רשימת המומחה" בספר בראשית ו"בתחום המורחב"
165	שמחה גרשון בורר: קביעת זמני היום ההלכתיים התלויים בגובה השמש תחת האופק
181	אריאל כהן: ארבעת אלפים ומאתים ושלושים ואחת שנה לבריאת עולם ותרגום השבעים
191	חזי יצחק: שלושה שלקתה להם חמה – משה, יהושע ונקדימון בן גוריון
225	חיים מ' שיפער ורפאל אפיללו: תורת הקבלה ועקרון אי-הוודאות של הייזנברג
255	צבי וינברגר: השמים מספרים כבוד א-ל
267	זהר עמר: אנפקיון – שמן זית שלא הביא שליש
279	יעל אפשטיין: המעמד החברתי והכלכלי של הרופא בחברה היהודית בארץ ישראל בתקופת המשנה והתלמוד
297	יאיר י. שאקי ויהושע סוקול: כפייה לחסן ממחלות
303	ישראל כץ ושי כץ: שילוב הומוסקסואלים בקהילה הדתית
313	שמחה גרשון בורר: בדיקות Y-DNA – השלכות הלכתיות לעניין ייחוס כוהנים
331	יעקב אלטמן: טענת 'דחף לאו בר כיבוש' בהקשר מיני – תלמוד ופסיכולוגיה

343	שי ניסים שראל: מלאכת ממחק - לאור הריאליה הקדומה
357	יצחק מייטליס: תאוריית 'המפנה הרביעי' (Fourth Turning) ודור רביעי במקרא
369	אלישע גוטויין: יישום "משא ומתן מבוסס על עקרונות" בהידיינות בין יעקב ללבן (בראשית ל', כ"ה-ל"ד)
383	אלישע גוטויין: סיפור יעקב ולבן בראי הגנטיקה
407	תקצירים בעברית
	חלק אנגלי
7*	גאולה טברסקי: לאן נעלמו כל הוויזרים?
39*	מואיז נבון: דילמת הקרון - מבחן המציאות: שאלות אתיות בתכנות הרכב האוטונומי
71*	גאולה טברסקי: עם האלף-בית: התפתחותו ופיזורו של האלף-בית, הערכה מחודשת
107*	אליען מארד: התורה מגלה את המודל המתמטי של היקום
149*	יוסף יצחק איידלר: שיפור לוח השנה העברי לפי ההלכה כדי שלא נהפוך ללעג בגויים
221*	יהושע סקארף: טורטני וטורטני דטורטני: נשיאת חומרים כבדים בעידן הטרום מכני
233*	יוסף יצחק איידלר: החודש במשנתו של הרמב"ם בהלכות קידוש החודש
283*	תקצירים באנגלית

המשתתפים

- יצחק יוסף איידלר (מהנדס אזרחי), 33 Bellariastrasse, 8002 Zurich, Switzerland
 ד"ר יעקב אלטמן, הנשיא 16/13, גבעת שמואל
 הרב רפאל אפיללו, אסתר המלכה 64/1, מודיעין
 ד"ר יעל אפשטיין, מנהלת ספריית גדרה
 ד"ר שמחה גרשון בורר, התכנית ללימודי מדע והלכה, המחלקה להיסטוריה כללית, אוניברסיטת בר-אילן
 ד"ר אלישע גוטוין, רחוב יהודה בורר 5, הרצליה
 פרופ' צבי וינברגר, רח' הפסגה 19 א, ירושלים (לשעבר מרכז אקדמי לב)
 דורון ויצטום, החיד"א 20א, ירושלים
 גאולה טברסקי, ת.ד. 219, נווה דניאל
 פרופ' חזי יצחק, המחלקה לאנגריה סולארית ופיזיקה סביבתית, המכונים לחקר המדבר ע"ש בלאושטיין, אוניברסיטת בן גוריון בנגב, מדרשת בן גוריון
 פרופ' (אמריטוס) אריאל כהן, המחלקה למדעי האטמוספירה, המכון למדעי כדור הארץ, האוניברסיטה העברית בירושלים
 ד"ר ישראל כץ, שירותי בריאות כללית, מחוז ירושלים
 שי כץ, ישיבת אמ"ת נחשון
 ד"ר אליעז מארד, 92100 Boulogne Billancourt, France, 49 rue Barthélémy Danjou
 ד"ר יצחק מייטליס, הרוותם 75, מעלה אדומים
 הרב מואיז נבון, מהנדס מייסד של מובילאי, סטודנט לתואר שלישי, המחלקה לפילוסופיה יהודית, אוניברסיטת בר-אילן
 ד"ר יהושע סוקול, המרכז האקדמי לב, ירושלים
 יהושע סקארף, יהושע בן נון 12/ב43, ירושלים
 פרופ' זהר עמר, המחלקה ללימודי ארץ ישראל וארכיאולוגיה, אוניברסיטת בר-אילן
 אריאל קטן, סטודנט לתואר שלישי בתוכנית ללימודי מדע והלכה, המחלקה להיסטוריה כללית, אוניברסיטת בר-אילן
 ד"ר דביר רוס, המחלקה להנדסת תוכנה, מכללת שנקר, המחלקה למדעי המחשב, מכללת סמי שמעון להנדסה
 ד"ר יאיר י. שאק, המרכז האקדמי לב, ירושלים
 ד"ר חיים מ' שיפער, בית החולים היהודי הכללי, אוניברסיטת מקגיל, מונטריאול, קנדה.
 שי ניסים שראל, סטודנט לתואר שלישי במחלקה ללימודי ארץ ישראל וארכיאולוגיה, אוניברסיטת בר-אילן

קביעת זמני היום ההלכתיים התלויים בגובה השמש תחת האופק

שמחה גרשון בורר

תקציר

כל לוחות השנה היהודיים הנפוצים כיום, כוללים זמני עלות השחר וזמני צאת הכוכבים המבוססים על רמת חשכה המחושבת לפי גובה השמש תחת האופק. מאמר זה דן בדרכים שלפיהם נקבע גובה השמש הדרוש להגדרת זמנים אלו, בהתבסס על השאלה המרכזית: מהי העונה בשנה שאליה התייחסו חכמי התלמוד כאשר קבעו שצאת הכוכבים הוא: כדי הילוך שלושת רבעי מיל לאחר השקיעה, ועלות השחר הוא: כדי הילוך ארבע מיל לפני הזריחה. מקובל להבין שדברי התלמוד מתייחסים ליום תקופת ניסן. מאמר זה מציע הבנה שונה, ולפיה: דברי התלמוד מתייחסים לרוב ימות השנה, ולפיכך יש לקבוע את גובה השמש המגדיר את הזמנים הללו לפי אורך דמדומים בממוצע שנתי, ולא לפי תקופת ניסן שבה אורך הדמדומים הוא הקצר ביותר. בנוסף, מאמר זה מציע שקביעת רמת החשכה תהיה לפי זריחה ושקיעה גיאומטריים (מרכז השמש בגובה 0 מעלות – עם האופק) מפני שהם הגורמים הראשיים לרמת חשכת הרקיע, ולא לפי זריחה ושקיעה הלכתיים (זריחת ושקיעת החלק העליון של עיגול השמש באופק מישורי, בתוספת רפרקציה). ככלל, היתרונות שיש בתיקונים המוצעים במאמר זה הם: להתאים בייתר דיוק בין זמני עלות השחר וצאת הכוכבים, לבין רמת החשכה הממוצעת – והגורמים לה, ברוב ימות השנה (בארץ ישראל).

א. פתיחה

מאמר זה עוסק בדרך קביעת זמני היום ההלכתיים התלויים ברמת החשכה, אשר מושפעת בעיקר מגובה השמש תחת האופק.¹ עיקר הדיון הוא אודות זמן צאת

1. מאמר זה הוא הרחבה משמעותית של מספר עניינים שדנתי בהם בעבודת הדוקטור שלי, שנכתבה בהנחייתו של פרופסור עלי מרצבך: ש"ג בורר, היבטים אסטרונומיים תלמודיים

שמחה גרשון בורר

הכוכבים שהוא סוף היום ההלכתי, וזמן עלות השחר שהוא תחילת היום ההלכתי. המציאות היא שבכל לוחות השנה הנדפסים היום, מחושבים זמני צאת הכוכבים וזמני עלות השחר לפי מידת גובה השמש במעלות תחת האופק, על אף ששיטת חישוב זו אינה נזכרת בתלמוד ובראשונים. במאמר זה אין בכוונתי לעסוק בשאלה כיצד התגלגל הדבר מבחינה היסטורית,² אלא להציע שינויים בקריטריונים עבור גובה השמש הקובע. הסיבה היסודית לשימוש בגובה השמש תחת האופק היא מפני שגובה השמש תחת האופק מבטא היטב את רמת החשכה בכל מקום על פני כדור הארץ, ובכל עונה בשנה, כיוון שהוא הגורם העיקרי הקובע את רמת החשכה. לעומת זאת, קביעת שיעור זמן סיום בין השמשות לפי מספר דקות לאחר השקיעה, או קביעת שיעור זמן עלות השחר לפי מספר דקות לפני הזריחה, לא מבטא רמת חשכה קבועה בכל מקום ובכל זמן, אלא משתנה לפי שינוי קו הרוחב ולפי העונה בשנה. השאלה העיקרית היא: על פי אילו נתונים קובעים מהו שיעור גובה השמש תחת האופק המגדיר את זמן עלות השחר או את זמן צאת הכוכבים. הדרך המקובלת כיום בלוחות היא לקבוע זאת לפי גובה השמש תחת האופק, X דקות לאחר השקיעה או X דקות לפני הזריחה, בארץ ישראל וביום בינוני, כלומר: ביום תקופת ניסן (21 במרץ) וביום תקופת תשרי (23 בספטמבר). מספר הדקות לאחר השקיעה או לפני הזריחה מבוסס על זמן שיעור הילוך מיל – בדקות, לפי השיטות ההלכתיות השונות של שיעור הילוך מיל.

דוגמה: שיעור סיום בין השמשות נקבע בהלכה לפי "כדי הילוך שלושת רבעי מיל לאחר השקיעה". לפי הדעה ההלכתית הסוברת ששיעור הילוך מיל הוא 18 דקות, בין השמשות מסתיים 13.5 דקות לאחר השקיעה. כעת בודקים מה גובה השמש תחת האופק בזמן זה ביום הבינוני במיקום הגיאוגרפי הקובע, ונתון זה מועתק לכל עונה בשנה ולכל מקום בעולם.

מאמר זה מבקש לדון בשני עניינים שלא נידונו באופן מספק:

והלכתיים-היסטוריים בענייני "בין השמשות", עבודת דוקטור, אוניברסיטת בר אילן, תשפ"א [להלן: עבודת הדוקטור]. וראו שם גם רקע מדעי נוסף אודות הנושאים הנדונים. עבודת הדוקטור שלי זמינה במרשתת בכתובת: https://www.academia.edu/attachments/82860935/download_file?st=MTY2ODE2MzE4NCwxNDcuMjM0LjY0LjY0LDE2Nzc3MzE5&s=profile

2. חישוב זמני היום על פי גובה השמש תחת האופק (כולל התחשבות ברפרקציה) בוצע לראשונה בשנת 1766 בלוח לזמני היום ההלכתיים שכתב התוכן רפאל הלוי מהנובר מחבר ספר "תכונת השמים". כך על פי הרצאתו של ד"ר ערן רביב בכנס תורה ומדע ה-22, ר' בניסן תשע"ה. ד"ר ערן רביב עוסק כעת בכתבת מאמר המבוסס על הרצאתו זו. ראו גם בעבודת הדוקטור, עמ' 103, הערה 133.

קביעת זמני היום ההלכתיים התלויים בגובה השמש תחת האופק

- א. האם אכן צריך לחשב את גובה השמש הקובע את תחילת הלילה לפי יום בינוני היינו יום תקופת ניסן ותשרי כפי שמקובל כיום, או שיש לחשב זאת לפי יום אחר בשנה, ואולי לפי ממוצע שנתי?
- ב. האם יש לחשב את מספר הדקות לפי הזריחה והשקיעה ההלכתיים כלומר, שקיעת החלק העליון של עיגול השמש באופק מישורי, בתוספת רפרקציה³ ממוצעת וכפי שמקובל כיום, או שיש לחשב את מספר הדקות לפי השקיעה והזריחה הגיאומטריים, כלומר כאשר מרכז השמש בגובה 0 מעלות עם האופק?⁴

ב. סיום בין השמשות

בתלמוד הבבלי שבת לד ע"ב מובאת ברייתא אודות בין השמשות ומשך זמנו: "איזהו בין השמשות? משתשקע החמה כל זמן שפני מזרח מאדימים [...] הכסיף העליון והשווה לתחתון זהו לילה, דברי רבי יהודה". בהמשך הסוגיה, התלמוד מפרש, שלדעת רבי יהודה בין השמשות מסתיים כדי הילוך שלושת רבעי מיל לאחר השקיעה. לדעת רוב הפוסקים, זמן זה סמוך לזמן צאת שלושה כוכבים בינוניים המוזכר שם בסוף הסוגיה.⁵ לדעת הגאונים, בין השמשות מסתיים "כדי הילוך שלושת רבעי מיל" לאחר השקיעה הנראית, כבסוגיה זו.⁶ התלמוד אינו מציין כלל על איזה מקום ואיזה זמן נאמר השיעור של "כדי הילוך שלושת רבעי מיל", והדבר מציב בפנינו שאלות כדלהלן.

3. רפרקציה (שבירה) – קרני האור היוצאות מהשמש עוברות דרך האטמוספירה. כתוצאה ממעבר קרני האור דרך האטמוספירה מתרחשת שבירה של קרני האור, והתעקמות מסלולן. שבירה זו גורמת לכך שהשמש נראית לעינינו שלא במקומה האמיתי, כלומר מחמת שבירת קרני האור אנו רואים את השמש מעל האופק אף כאשר היא כבר מתחת האופק. הרפרקציה משתנה לפי מספר גורמים, ובהם מזג האוויר המשפיע על האטמוספירה.
4. בסיכומי של דבר ההבדל בין השקיעה הגיאומטרית (שקיעת אמצע השמש בניכוי הרפרקציה), לשקיעה הנראית באופק מישורי (שקיעת סוף גלגל השמש ללא ניכוי הרפרקציה) הוא 0.833 מעלות. היינו: השקיעה הנראית לעין הצופה באופק מישורי, מתרחשת בממוצע רק כאשר מרכז השמש נמצא כבר 0.833 מעלות תחת האופק. כמו כן בבוקר, השמש מתחילה להיראות לעין הצופה באופק מישורי כבר כאשר היא נמצאת בגובה 0.833- מעלות תחת האופק. ההבדל בין זריחה/שקיעה גיאומטרית לבין זריחה/שקיעה מישורית נראית מתבטא בארץ ישראל בהפרש של כ-4 דקות, וראו במדויק בטבלה שבסוף מאמר זה (בעמ' 9 שבעבודת הדוקטור כתבתי בטעות 7.5 דקות).
5. וראו עוד בעבודת הדוקטור עמ' 85-90.
6. זאת בניגוד לדעתו של רבינו תם ולפיה בין השמשות מסתיים כדי הילוך ארבע מיל לאחר השקיעה, כפי שלכאורה נראה מהסוגיה בתלמוד בבלי פסחים צד ע"א. באופן עקרוני, רוב הפוסקים בימינו, בפרט בארץ ישראל, אינם פוסקים כשיטת רבינו תם. וראו פרטים נוספים בעבודת הדוקטור עמ' 94-104.

שמחה גרשון בורר

האדמימות בחלקו המזרחי של הרקיע וגם רמת חשכת הרקיע מושפעות באופן ישיר ממקומה של השמש תחת האופק. לדוגמה: כאשר השמש נמצאת כחמש מעלות תחת האופק, בכל מקום ובכל זמן, לא תהיה אדמימות במזרח הרקיע כלל. הבעיה היא כזו: הזמן שלוקח לשמש להגיע אל כחמש מעלות תחת האופק אינו קבוע, והוא משתנה גם לפי המקום הגיאוגרפי וגם לפי העונה בשנה. לדוגמה: ביום השוויון האביבי (תקופת ניסן) בקו המשווה, לוקח לשמש כשש עשרה דקות לרדת אל כחמש מעלות תחת האופק. לעומת זאת, באותו הזמן בקוטב הצפוני השמש אינה יורדת כלל אל תחת האופק, ובעיר פטרבורג לוקח לשמש שלושים ושתיים דקות לרדת כחמש מעלות אל תחת האופק.⁷ ככל שמתקרבים לשיא הקיץ, הפערים בין הצפון לבין קו המשווה גדולים יותר.⁸ מכך עולה שכל נקיבת זמן בעניין אדמימות הרקיע חייבת להיות צמודה למקום גיאוגרפי מסוים וליום מסוים בשנה השמשית. אם לא יהיה צימוד בין מידת זמן נקובה לבין שני הנתונים הנ"ל [עונה ומקום], מידת הזמן הנקובה לא תשקף את מצב השמש תחת האופק ולפיכך לא תשקף את מצב האדמימות ברקיע. מכיוון שלדעת רבי יהודה בין השמשות נקבע לפי מצב האדמימות ברקיע, וזהו השיעור הקובע, אם כן, למרות שהתלמוד תרגם זאת לזמן של "כדי הילוך שלושת רבעי מיל לאחר השקיעה", שיעור זה חייב להיות נכון רק למקום גיאוגרפי מסוים ורק ליום שמש מסוים. אם כן נשאלת השאלה מהו המקום הגיאוגרפי ומהו היום השמשית המתאימים לדברי התלמוד הבבלי המפרש שהאדמימות נעלמת ממזרח הרקיע כדי הילוך שלושת רבעי מיל לאחר השקיעה?

בין הראשונים לא מצאנו מי שעוסק במפורש בשאלה זו. ככל הנראה, הראשון שהזכיר את העניין היה רבי אברהם הכהן פימינטיל בספרו 'מנחת כהן':

שהשכל יגזור שהשיעור הזה משקיעת החמה עד צאת הכוכבים ראוי שישתנה לפי אורך הימים או קיצורם וכן לפי רוחק המדינות מקו המשווה מפני שכן מתחייב בהכרח מחלוף מהלך השמש ברקיע ואופן שקיעתו [...] שאנו רואים בחוש שבקיץ כשהימים ארוכים יש יותר זמן משקיעת החמה עד צאת הכוכבים ממה שיש בחורף כשהימים קצרים.⁹

הפוסק העיקרי שעסק בשאלה זו היה הגר"א אשר חי בוויילנא הנמצאת במקום צפוני,¹⁰ ושם ניתן לחוש ביתר שאת בהבדל הזמנים, ובמיוחד בתקופת תמוז (21 ביוני),

7. ראו טבלה בספר הזמנים בהלכה עמ' קמב.

8. ראו שם עמ' קמג והלאה.

9. מנחת כהן, אמשטירדס תרס"ט, מאמר שני פרק ג. אך יש להעיר כי המציאות היא שהשינוי השנתי באורך הדמדומים אינו לפי אורך היום. ראו להלן שאורך הדמדומים הקצר ביותר הוא ביום הבינוני.

10. 54 מעלות צפונה מקו המשווה.

קביעת זמני היום ההלכתיים התלויים בגובה השמש תחת האופק

שאז האדמימות מסתלקת הרבה יותר מאוחר מ"כדי הילוך שלושת רבעי מיל לאחר השקיעה"¹¹. הגר"א מפרש את הסוגיה כך שהזמן של כדי הילוך שלושת רבעי מיל משקף את מצב הרקיע בארץ ישראל ובבבל ביום הבינוני של תקופת ניסן [יום השוויון האביבי]. כך נכתב בביאור הגר"א לשולחן ערוך אורח חיים:

[...] דבין השמשות מתחיל מתחלת השקיעה תיכף עד הכסיף התחתון והוא שלוש רביעי מיל באופק בכל ובזמן תקופת ניסן ותשרי [...] ולפי זה השיעור מן השקיעה עד הלילה אינו אלא שלוש רביעי מיל ואף שבמדינתנו יותר הוא כנ"ל לפי שינוי האופקים ושינוי הזמן והזמן של הארבע מילין ושל שלוש רביעי מיל הכל על אופק שלהם בארץ ישראל ובבבל אבל כאן [=בווילנא, שהיא שוכנת בקו רוחב 54 מעלות צפונה מקו המשווה ש.ג.ב.] מארכת יותר וכן הזמן על הימים השווים בתקופת ניסן ותשרי שבהן הכל משתער.¹² וכך מסכם את העניין הרב יחיאל מיכל הלוי אפשטיין, בספרו 'ערוך השולחן':

ודע דכל השיעורים ששיערו חז"ל הם על אופק ארץ ישראל ובבל, ועל תקופת ניסן ותשרי שהם הימים והלילות השווים.¹³

אין זה חידוש גדול לומר שהתלמוד מדבר על ארץ ישראל ובבל, מפני ששם חכמים חיו, ומפני שהם דיברו על מקומות מושבותם ולא על כל העולם. אך השאלה הגדולה היא מדוע הגר"א מפרש ששיעור שלושת רבעי מיל נאמר על היום הבינוני של תקופת ניסן, והרי דבר זה אינו מפורש בתלמוד כלל. בתלמוד נאמר הדבר באופן סתמי, ובהחלט יש מקום לומר שנתון זה נכון מבחינה הלכתית עבור כל ימות השנה, או לומר שמדובר בנתון ממוצע. בארץ ישראל ובבבל ההבדל בין אורך הדמדומים עבור "כדי הילוך שלושת רבעי מיל" מהשקיעה – בתקופת ניסן, לבין אורכם בתקופת תמוז, הינו הבדל של כשתי דקות. מכיוון שאנשים בעולם העתיק לא חיו עם שעון צמוד וסטופר, הרי שגם את השיעור של "כדי הילוך שלושת רבעי מיל" שיערו בערך ולא לפי שעון, ולפיכך לא נתנו את הדעת להבדלים קלים שכאלו.

יש שני גורמים אפשריים לכך שהגר"א הסיק ששיעור "כדי הילוך שלושת רבעי מיל" הנאמר בתלמוד הבבלי במסכת שבת נאמר על תקופת ניסן: 1. גורם פרשני. 2. גורם הלכתי.

1. גורם פרשני: הגורם הראשון האפשרי לקביעה ששיעור שלושת רבעי מיל נאמר

11. לדוגמה: בתקופת תמוז, בוויילנא לוקח לשמש 45 דקות לאחר השקיעה ההלכתית להגיע אל חמש מעלות תחת האופק.

12. ביאור הגר"א לשולחן ערוך אורח חיים סימן רסא, סעיף ב.

13. ערוך השולחן, וורשה/פיוטרקוב, בין השנים תרמ"ד-תרס"ח (1884-1908), חלק אורח חיים, הלכות שבת סימן רסא.

שמחה גרשון בורר

על תקופת ניסן הוא גורם פרשני, מתוך הקבלה לסוגיה דומה במסכת פסחים, שבה יש מניע פרשני לומר שהיא עוסקת (בערך) ביום בינוני של תקופת ניסן. אם נתבונן היטב בדברי הגר"א "והזמן של הארבע מילין ושל שלוש רביעי מיל הכל על אופק שלהם בארץ ישראל ובבבל" נראה שהוא מחבר בין שיעור "ארבע מילין" לבין שיעור "שלוש רביעי מיל". השיעור של ארבעה מיל הוא השיעור המובא בסוגיית התלמוד הבבלי במסכת פסחים. לצורך בירור העניין נסקור את סוגיית התלמוד שם.

בתלמוד הבבלי פסחים צד ע"א מובאת ברייתא:

רבי יהודה אומר: עוביו של רקיע אחד מעשרה ביום. כמה מהלך אדם בינוני ביום, עשר פרסאות, ומעלות השחר עד הנץ החמה ארבעת מילין, משקיעת החמה ועד צאת הכוכבים ארבעת מילין, נמצא עוביו של רקיע אחד מעשרה ביום.

ברייטא זו מובאת בתלמוד הבבלי בפסחים בתוך סוגיה ארוכה שבה דיון אודות "דרך רחוקה" בהקרבת קרבן הפסח וכדלהלן:

בספר במדבר (ט, י) נאמר "איש איש כי יהיה טמא לנפש, או בדרך רחוקה לכם" וכו'. אנשים אלו שאינם יכולים להשתתף בהקרבת קרבן פסח במועדו, כלומר ביום ארבעה עשר לחודש הראשון, יקריבו את קרבן הפסח ביום ארבעה עשר לחודש השני (פסח שני).

המשנה במסכת פסחים, פרק תשיעי, דנה בשאלה: "איזוהי דרך רחוקה?". אחת הדעות המובאות במשנה היא "מן המודיעים ולחוץ – וכמדתה לכל רוח, דברי רבי עקיבא". כלומר, אדם שנמצא רחוק יותר מהעיר מודיעין, לא יספיק להגיע אל בית המקדש להקרבת קרבן הפסח, ולכן הוא יקריב את קרבן הפסח בחודש השני. זהו אדם הנמצא "בדרך רחוקה".

התלמוד הבבלי במסכת פסחים דפים צג-צד עוסק בהסבר המשנה הנ"ל ומפרש כך: "אמר עולא: מן המודיעים לירושלים, חמשה עשר מילין". אם כן, דרך רחוקה היא מהלך חמשה עשר מילין. התלמוד מבאר שעולא סבר כמו רבה בר בר חנה שאמר בשם רבי יוחנן: "כמה מהלך אדם ביום עשרה פרסאות: מעלות השחר ועד הנץ החמה – חמשת מילין, משקיעת החמה ועד צאת הכוכבים חמשת מילין".

עשר פרסאות הן ארבעים מיל. אם מורידים את הזמן שלפני עלות השחר ולאחר השקיעה, יוצא שאדם הולך שלושים מיל מהנץ החמה ועד שקיעתה. אם כן, מחצות היום ועד השקיעה אדם הולך חמשה עשר מיל. לכן, אדם שבשעת חצות יום ארבעה עשר בחודש הראשון נמצא רחוק יותר מהעיר מודיעין, לא יספיק להגיע לירושלים עד שעת שקיעת החמה, שהרי המרחק ממודיעין לירושלים הוא חמשה עשר מיל.

רש"י מפרש: "כמה מהלך אדם – בינוני, וביום בינוני דתקופת ניסן ותשרי שהימים והלילות שווין".

קביעת זמני היום ההלכתיים התלויים בגובה השמש תחת האופק

בחלק מגרסאות התלמוד מופיעה המילה "בינוני" לאחר המילה "אדם", ובחלק מהגרסאות מילה זו אינה מופיעה. רש"י לא גרס מילה זו, ולכן פירש שמדובר באדם בינוני. אמנם תוספת ההסבר שמדובר ביום בינוני אינה חלק מנוסח התלמוד. רבנו חננאל, הרמב"ם בפירושו למשנה, המאירי וראשונים רבים נוספים בפירושם לסוגיה זו לא נזקקו לדיון אודות איזו תקופה בשנה נאמר שאדם הולך עשר פרסאות ביום. מדוע רש"י נזקק לעניין זה?

נראה שהמניע לדברי רש"י הוא מניע פרשני: אם הקביעה שאדם הולך עשר פרסאות ביום נאמרה על יום ארוך של תקופת תמוז, אין אפשרות להוכיח ממנו על מהלך אדם בערב פסח הסמוך ליום בינוני של תקופת ניסן. לפיכך, צריך להניח שהתלמוד שקושר בין קרבן פסח לבין מהלך אדם, הבין שמהלך אדם האמור הוא ביום בינוני, או לכל הפחות בזמן הסמוך ליום בינוני (שהרי ערב פסח רק סמוך ליום בינוני, אך בדרך כלל אינו ביום בינוני עצמו).

יש להדגיש כי אפילו רש"י וחלק מהפוסקים הראשונים שכתבו בפירוש שהסוגיה במסכת פסחים עוסקת ביום בינוני, לא פירשו כך באופן מפורש על שיעור בין השמשות של "כדי הילוך שלושת רבעי מיל" שנאמר במסכת שבת. כמדומני שהראשון שקובע זאת במפורש עבור "כדי הילוך שלושת רבעי מיל" הוא הגר"א בביאורו לאורח חיים, וכפי שראינו לעיל.

2. גורם הלכתי: הגורם השני האפשרי לקביעה ששיעור שלושת רבעי מיל נאמר על תקופת ניסן הוא גורם הלכתי. ייתכן שהגר"א ופוסקים נוספים סברו שעלינו לדאוג לכך שהזמן מהשקיעה ועד לסיום בין השמשות לעולם לא יפחת מ-"כדי הילוך שלושת רבעי מיל", שהוא השיעור הנאמר בתלמוד. אם נאמר ש"כדי הילוך שלושת רבעי מיל" משקף את המצב בתקופת ניסן אין בכך כל בעיה, מפני שבתקופת תמוז בין השמשות יתארך יותר מכדי הילוך שלושת רבעי מיל. לעומת זאת, אם השיעור של "כדי הילוך שלושת רבעי מיל" עד צאת הכוכבים נאמר על תקופת תמוז, הרי יתחייב מכך שבזמן תקופת ניסן שבו השמש יורדת מהר יותר אל מתחת לאופק משך בין השמשות יהיה קצר יותר מ"כדי הילוך שלושת רבעי מיל" וזוהי קולא הלכתית. כך גם לגבי עלות השחר: עלינו לדאוג שהזמן מעלות השחר ועד הנץ החמה לעולם לא יפחת מ-"כדי הילוך ארבע מיל", שהוא השיעור הנאמר בתלמוד. אם נאמר ש"כדי הילוך ארבע מיל" משקף את המצב בתקופת ניסן אין בכך כל בעיה, מפני שבתקופת תמוז הזמן מעלות השחר ועד הנץ החמה יהיה ארוך יותר מ"כדי הילוך ארבע מיל". לעומת זאת, אם השיעור של "כדי הילוך ארבע מיל" נאמר על תקופת תמוז, הרי יתחייב מכך שבזמן תקופת ניסן שבו השמש עולה מהר יותר לכיוון האופק משך הזמן מעלות השחר ועד הנץ החמה יפחת מ"כדי הילוך ארבע מיל" וזוהי קולא הלכתית.

ג. אורך דמדומים בינוני

לדעתי, על אף שהתלמוד הבבלי משתמש בשיעור "כדי הילוך ארבע מיל" עבור מקרה שחל בערב פסח [שהוא סמוך לתקופת ניסן], לא ניתן להוכיח בוודאות מכך ששיעורים אלו נאמרו דווקא על תקופת ניסן. ייתכן בהחלט לומר ששיעורי הדמדומים כגון "מעלות השחר עד הנץ החמה ארבעת מילין" המובא במסכת פסחים, ולכל הפחות השיעור של "כדי הילוך שלושת רבעי מיל" המובא במסכת שבת, אינם עוסקים ביום מסוים, וכמו כן אינם שיעורים מינימליים, אלא הם שיעורים ממוצעים, בממוצע שנתי בקווי הרוחב המרכזיים של ארץ ישראל ובכל.

כשדנים בשאלה על איזו תקופה נאמרו שיעורי הדמדומים שבתלמוד, יש לתת את הדעת להבדל שבין אורך היום לבין אורך הדמדומים. לגבי אורך היום מהנץ החמה עד שקיעתה, יום תקופת ניסן הוא יום בינוני, היינו ממוצע. אבל, לגבי אורך הדמדומים, יום תקופת ניסן ויום תקופת תשרי אינם ממוצעים כלל, אלא הם הערכים הקיצוניים התחתונים. ביום תקופת ניסן ותשרי, אורך הדמדומים הוא הקצר ביותר בכל ימות השנה. לעומתם, יום תקופת תמוז (21 ביוני) הוא הערך הקיצון העליון, ואורך הדמדומים בו הוא הארוך ביותר בכל ימות השנה. בתקופת טבת (21 בדצמבר), אורך הדמדומים קצר מתקופת תמוז, ואורך מתקופת ניסן ותשרי. ארבעת אורכי הדמדומים של ארבע התקופות מייצגים את אורך הדמדומים בכל ימות השנה. לכן, בדיקה של אורך הדמדומים בכל אחד מהימים הללו, וחלוקת התוצאה ב-4 נותנת בקרוב טוב ממוצע שנתי של אורך הדמדומים.

עניין זה יכול להתאים לקו ההלכתי המקובל שלפיו הולכים בכל דבר לפי הבינוני [=הממוצע]. אדם בינוני, ושקיעה בינונית [=מישורית], ולא שקיעה מאוחרת הנראית בהרים]. בהתאם לקו זה, צריך לקבוע את אורך הדמדומים ההלכתי לפי אורך דמדומים בינוני, ולא לפי יום בינוני.

בנוסף, יש לתת את הדעת לכך שיש חומרא וקולא הלכתיים בכל אחד מהצדדים: יש עניינים שבהם הקדמת סוף בין השמשות הוא קולא הלכתי, כגון לעניין צאת שבת, ויש עניינים שבהם דווקא איחור סוף זמן בין השמשות הוא קולא הלכתי, כגון לגבי מילת תינוק שנוולד בליל שבת ברגעים האחרונים של בין השמשות, שאם מאחרים את סוף זמן בין השמשות לא ניתן יהיה למולו בזמנו ביום השמיני שיחול בשבת הבאה. יש עניינים שבהם הקדמת עלות השחר היא קולא הלכתי כגון לגבי תחילת זמן עשיית מצוות התלויות ביום – תקיעת שופר וכדומה, ויש עניינים שבהם דווקא איחור זמן עלות השחר הוא קולא הלכתי כגון לגבי סוף זמן קיום מצוות התלויות בלילה. מכיוון שאין לנו כל הוכחה חד משמעית האם שיעורי הדמדומים שנאמרו בתלמוד הם מינימליים (תקופת ניסן) או ממוצעים (שנתי), ולא נמסרה לנו על כך "הלכה למשה מסיני", נראה לי שעלינו לקבוע את הזמן לפי ממוצע שנתי ולא לפי

קביעת זמני היום ההלכתיים התלויים בגובה השמש תחת האופק

שיעור מינימלי הנמדד בתקופת ניסן. לחלופין, ייתכן שעלינו להחמיר לכל הצדדים, לפחות בעניינים דאורייתא.

ד. אורך דמדומים לפי זריחה ושקיעה גיאומטריים

לפי הקו המקובל שהולכים בכל דבר לפי הבינוני, היינו הממוצע [בין אם הולכים לפי העיקרון של יום בינוני, ובין אם הולכים לפי העיקרון של אורך דמדומים בינוני]. מוסכם על רוב הפוסקים, שנקודת ההתחלה של אורך דמדומים "כדי הילוך שלושת רבעי מיל" היא: שקיעה בינונית, היינו מישורית, ולא שקיעה מאוחרת הנראית בהרים, מפני שהמציאות היא שהשפעת השמש על תאורת הרקיע היא לפי שקיעה מישורית, והדמדומים אינם מתארכים מחמת התאחרות השקיעה הנראית בגובה. מצד שני, מוסכם על רוב הפוסקים שסוף היום ההלכתי בהר גבוה, נקבע לפי השקיעה הנראית בגובה. הדבר יוצר פרדוקס מסוים, מפני שעבור יושבי ההר, השקיעה ההלכתית חלה מספר דקות לאחר שהתחיל חשבון אורך בין השמשות. בהתאם לעמדה הלכתית זו, נראה לי שנקודת ההתחלה לקביעת אורך הדמדומים צריכה להיות דווקא השקיעה הגיאומטרית – מפני שהיא, ודווקא היא, הגורם הקובע את רמת החשכה ברקיע. אף שתוצאת הדבר תהיה שגם במישור, השקיעה ההלכתית תחול לאחר שהתחיל חשבון זמן בין השמשות, אין בעיה להתמודד עם דבר כזה, בדיוק כפי שמתמודדים עם שקיעה נראית בהר גבוה. כמו כן, נקודת הסיום לקביעת אורך הדמדומים בבוקר צריכה להיות הזריחה הגיאומטרית – מפני שהיא, ודווקא היא, הגורם הקובע את רמת התאורה ברקיע.¹⁴

14. איג' יעקב לוינגר ז"ל התייחס לשאלה הלכתית דומה, בהרצאתו בכנס תורה ומדע ה-20, כ"ד בניסן תשע"ג שכותרתה: "מתי הם זמני זריחת החמה ושקיעתה בהלכה". הוא הגדיר בהגדרה קולעת שאלה המתאימה גם לענייננו: "האם יש להתחשב בהלכה רק במה שעניי ההדיוט רואות, או האם ראוי לפעמים לתת לדרישות ההלכה הגדרות מופשטות שאין ההדיוט מבחין בהם?". בנוסף, לוינגר הזכיר במפורש את השאלה העקרונית בדבר ההתייחסות לזריחה ושקיעה של מרכז השמש, בתוך דבריו אודות שיטת ה'לבוש' והמגן אברהם בעניין חישוב סוף זמן קריאת שמע, בהרצאתו בכנס תורה ומדע ה-22, ו' בניסן תשע"ה שכותרתה: "השעון האיטלקי ושימושו בהלכה". קישורים למאמריו נמצאים במרשתת בכתובת <http://yaaqov-loewinger.blogspot.com>. ומכיוון שהזכרתי את הרצאתו של לוינגר אודות זמני זריחת החמה ושקיעתה בהלכה, אוסיף את הדברים הבאים:

לוינגר קבע בהרצאתו הנ"ל, שההתייחסות לזריחה ושקיעה כאל מעבר השמש באופק היא חידוש של הגר"א: "הנוהג העכשווי של ה'ותיקין' [=המודקדים] להתפלל עם 'הנץ', בשעת זריחת השפה העליונה של החמה באופק, לא היה נהוג בשום מקום, לפני התפשטות פסיקת הגר"א בנידון, והוא מנהג מחודש, שהקדמונים לא הכירוהו!".
עליי להעיר כי סבורני שלקביעתו הגורפת של לוינגר אין כל אחיזה במציאות. אצטט קטע מתשובות הגאונים (גאוניקה ב עמ' 92) בעניין הגדרת הנץ החמה:

שמחה גרשון בורר

ה. דוגמה: עלות השחר

לפי השיטה ההלכתית שהילוך מיל הוא 18 דקות והילוך 4 מיל הוא 72 דקות:

72 דקות לאחר שקיעה גיאומטרית, וכעין זה לפני זריחה גיאומטרית	72 דקות לאחר שקיעה מישורית הלכתית, וכעין זה לפני זריחה מישורית הלכתית	
הערך הקיצוני הגבוה: ביום תקופת ניסן ותשרי	גובה השמש בזמן זה הוא כ- 15.19 מעלות תחת האופק	גובה השמש בזמן זה הוא כ- 16.01 מעלות תחת האופק.
הערך הקיצוני הנמוך: ביום תקופת תמוז	גובה השמש בזמן זה הוא כ- 12.78 מעלות תחת האופק	גובה השמש בזמן זה הוא כ- 13.52 מעלות תחת האופק
הערך ביום תקופת טבת	גובה השמש בזמן זה הוא כ- 13.99 מעלות תחת האופק	גובה השמש בזמן זה הוא כ- 14.89 מעלות תחת האופק
הערך בממוצע שנתי	גובה השמש בזמן זה הוא כ- 14.30 מעלות תחת האופק	גובה השמש בזמן זה הוא כ- 15.12 מעלות תחת האופק
כל החישובים בוצעו באמצעות אפליקציית Sol Et Umbra, לאנדרואיד, עבור מיקום: מודיעין עילית, ישראל (קו רוחב (צפון): 31.940, קו אורך (מזרח): 35.037)		

לדעתי, ובהתאם לנתונים הנ"ל, עלינו לקבוע את עלות השחר ההלכתי לפי הממוצע השנתי כאשר השמש נמצאת כ-14.30 מעלות תחת האופק (ערך בממוצע שנתי לפי זריחה גיאומטרית).

וששאלת זמן הנץ החמה: הנץ החמה כמשמעה בשעה שמבקשת חמה להראות פניה כמשכתוב ויצא פרח ויצץ ציץ ומתרגמין ואנץ נץ בשעה שמאדים העולם וחמה מלבבת לצאת כמות עשבים ואלנות שמבקשים להוציא עלין כמשכתוב הנצו הרמונים, תחילת הראות פניה.

כך הבינו כדבר פשוט רוב הפוסקים, ובפרט אלו שפסקו כשיטת הגאונים בעניין הזריחה והשקיעה. כך הבין גם הרמב"ם, אלא שפסק (משנה תורה, הלכות קריאת שמע, א, יא) שכדי לסיים את קריאת שמע בברכותיה עם הנץ החמה יש להתחיל לקרוא קריאת שמע בערך שש דקות [= "כמו עישור שעה"] קודם שתעלה השמש, וכפי הנוסחאות המדויקות. גם הבית יוסף הבין כך, ולפיכך הביא את הנוסח המדויק: "עישור שעה", וכן פסק (שו"ע אורח חיים, נח) כדברי הטור: "לקרותה מעט קודם הנץ החמה". אכן, הרמ"א דבק בשיטת רבנו תם שלפיה שקיעת השמש היא תהליך ארוך המתחיל כאשר היא עוברת באופק ונגמר בשעה שהיא מפסיקה להאיר את הרקיע, ולפיכך שמח לקבל את הנוסח (בשיכול אותיות) "שיעור שעה", מפני שלפיו גם זריחת השמש היא תהליך ארוך המתחיל כאשר השמש מתחילה להאיר את הרקיע ומסתיים כאשר היא עוברת באופק. לדעתי, כל פוסק המתנגד לשיטת רבנו תם היה מתנגד לפירוש כזה.

קביעת זמני היום ההלכתיים התלויים בגובה השמש תחת האופק

ולא אמנע מלכתוב, שעל פי מספר תצפיות שערכתי בעבר, ערך זה מתאים מאוד לזמן שבו ניתן להבחין בתחילת האור במזרח שזהו "עלות השחר". וכעין זה כתב גם הרב יצחק ניימאן בשו"ת "אגורה באהלך עולמים"¹⁵, שתחילת התנוצצות האור הוא כשהשמש נמצאת כ-14 מעלות תחת האופק.

לחלופין, ניתן להחמיר ולקבוע שני ערכים (הקיצוניים ביותר) לזמן עלות השחר: עלות השחר לעניין סוף זמן קיום מצוות התלויות בלילה: כאשר השמש נמצאת כ-16.01 מעלות תחת האופק (הערך הגבוה ביותר לפי זריחה מישורית הלכתית).

עלות השחר לעניין תחילת זמן קיום מצוות התלויות ביום: כאשר השמש נמצאת כ-12.78 מעלות תחת האופק (הערך הנמוך ביותר לפי זריחה גיאומטרית).¹⁶

1. סיכום

בכל לוחות השנה הנדפסים היום, מחושבים זמני צאת הכוכבים וזמני עלות השחר לפי מידת גובה השמש במעלות תחת האופק, X דקות לאחר השקיעה או X דקות לפני הזריחה, בארץ ישראל וביום בינוני, כלומר: ביום תקופת ניסן (21 במרץ) וביום תקופת תשרי (23 בספטמבר). מספר הדקות לאחר השקיעה או לפני הזריחה מבוסס על זמן שיעור הילוך מיל – בדקות, לפי השיטות ההלכתיות השונות של שיעור הילוך מיל. אכן, חשוב לדעת שהשיעורים המדויקים של גובה השמש תחת האופק לעניין עלות השחר ולעניין צאת הכוכבים אינם כהלכה למשה מסיני. אמנם, הסוגיות התלמודיות קובעות שאורך בין השמשות הוא "כדי הילוך שלוש רבעי מיל" וכן קובעות ש"מעלות השחר עד שתנץ החמה אדם מהלך ארבעת מילין", אך הן אינן עוסקות במפורש בשאלה מה הוא המקום הגיאוגרפי ומהו התאריך השמשי המדויקים שלגביהם נאמרו שיעורים אלו, ודבר זה נתון לפרשנות. הפוסק העיקרי שהתווה את הדרך לקביעת עלות השחר וצאת הכוכבים לפי גובה השמש תחת האופק הוא הגר"א, ולפי דבריו הקביעות התלמודיות נאמרו על קו רוחב גיאוגרפי של ארץ ישראל ובבל, ועל יום הבינוני של תקופת ניסן. אין זה חידוש גדול

15. חלק ב סימן קכח.

16. מעיון בשו"ת מלמד להועיל (חלק א, אורח חיים, תשובה ל) מתברר שכבר ד"ר ברוך קאהן בלוחותיו הציג להדפיס שני זמני עלות השחר: מינוס 18 מעלות לעניין סוף הלילה, ומינוס 12 מעלות לעניין תחילת היום. הסיבה שהוא הציג ערכים אלו דווקא היא מפני שלדעת האסטרונומים, תחילת השפעת אור השמש על הרקיע היא כאשר השמש נמצאת בגובה 18 מעלות תחת האופק, והם מכנים זאת תחילת דמדומים אסטרונומיים. לעומת זאת, החלק המזרחי של הרקיע מואר באופן ודאי וברור לכל, רק כאשר השמש מגיעה לגובה 12 מעלות תחת האופק שהאסטרונומים מכנים תחילת דמדומים ימיים. וראו עוד בעבודת הדוקטור עמ' 10.

שמחה גרשון בורר

לומר שהתלמוד מדבר על ארץ ישראל ובבל, מפני ששם חכמים חיו, ומפני שהם דיברו על מקומות מושבותם ולא על כל העולם. אך השאלה העיקרית היא מדוע הגר"א מפרש שמדובר על היום הבינוני של תקופת ניסן, והרי דבר זה אינו מפורש בתלמוד כלל. במאמר זה נידונו שתי אפשרויות מדוע הגר"א הגיע למסקנה זו. בכל זאת חשוב לדעת כי נראה שהדברים אינם מוכרחים בסוגיות התלמוד, וכאמור, הם לא נקבעו כהלכה למשה מסיני.

אף שאורך היום ביום תקופת ניסן הוא ממוצע, אורך הדמדומים ביום תקופת ניסן הוא הקצר ביותר בשנה. לכן, נראה לי שייתכן כי הקביעות התלמודיות שנאמרו באופן סתמי לא עוסקות ביום שמשי מסוים, אלא הן מבטאות ממוצע שנתי. בנוסף, נראה לי שיש למדוד את אורך הדמדומים לפי זריחה גיאומטרית ושקיעה גיאומטרית, מפני שהן הגורם הראשי לרמת חשכת הרקיע.

למעשה, בכל קביעה של זמן עלות השחר או זמן בין השמשות יש צד של קולא הלכתית וצד של חומרא הלכתית. קביעה לפי אורך דמדומים ממוצע, תאזן בין הקולא לחומרא. לחלופין, לגבי עלות השחר שבו הבדלי הזמן משמעותיים יותר, ניתן להחמיר מתוך ספק ולקבוע שני זמנים של "עלות השחר": לחשב את גובה השמש לעניין סוף זמן מצוות התלויות בלילה – לפי תקופת ניסן, ולחשב את גובה השמש לעניין תחילת זמן מצוות התלויות ביום – לפי תקופת תמוז.

קביעת זמני היום ההלכתיים התלויים בגובה השמש תחת האופק

נספח: טבלאות גובה השמש במעלות תחת האופק, X דקות לאחר השקיעה

כדי לבחון את הנתונים, בניתי שתי טבלאות של גובה השמש במעלות תחת האופק, לפי השיטות ההלכתיות השונות בהילוך מיל. טבלה אחת עבור חישוב שמתחיל בשקיעה גיאומטרית כאשר מרכז השמש בגובה 0 מעלות עם האופק, וטבלה שנייה עבור חישוב שמתחיל בשקיעה הלכתית מישורית כולל רפרקציה ממוצעת, היינו כשהשמש נמצאת -0.833 מעלות תחת האופק. כל החישובים בוצעו באמצעות אפליקציית Sol Et Umbra, לאנדרואיד עבור מיקום: מודיעין עלית, ישראל.¹⁷ בנוסף, השוויתי את תוצאות החישובים מול תוכנת "כוכבים וזמנים" שפיתחתי בעצמי.¹⁸ אף שהחישובים בוצעו עבור השקיעה, הם נכונים גם עבור הזריחה, מפני שאורך הדמדומים של כל יום שווה בבוקר ובערב. השיטות ההלכתיות בעניין מספר הדקות עבור "כדי הילוך מיל" שמובאות בפוסקים, מתבססות על הוכחות מתוך הסוגיה במסכת פסחים שהובאה לעיל, באמצעות ההנחה שמהלך אדם האמור שם, הוא ביום בינוני של תקופת ניסן. את הדרך שלפיה הסיקו הפוסקים את הנתונים, תיארתי במבוא ההלכתי של עבודת הדוקטור שלי. בנוסף, הבאתי שם את הנדון סביב מידת אורך ה"מיל" ההלכתי, לעומת ה"מיל" הרומי. תיארתי שם שאם נבוא לקבוע בעצמנו את אורך המיל ואת מהירות ההליכה, המסקנה המתבקשת היא שהמיל המדובר בסוגיית פסחים בתלמוד הוא המיל הרומי שאורכו כ-1482 מטרים, ומהירות ההליכה הממוצעת של אדם היא כ-4.5 קמ"ש. לפי זה, הילוך מיל רומי אחד בהליכה ממוצעת אורך כ-20 דקות. בהתאם לכך, הוספתי בטבלאות חישובים גם עבור שיטה מחודשת זו, ולפיה שיעור הילוך מיל הוא עשרים דקות. בנוסף, למרות שהרמב"ם פסק ששיעור הילוך מיל הוא 24 דקות, ולפיכך שיעור בין השמשות לשיטתו צריך להיות מחושב לפי 18 דקות, הרמב"ם פסק במפורש במשנה תורה (תרומות ז, ב) שבין השמשות מסתיים "כמו שליש שעה", היינו "בערך 20 דקות", לאחר שקיעת השמש.¹⁹ מתוך השוואה להלכות קידוש החודש (יד, ו) נראה שהרמב"ם מנה את עשרים הדקות הללו החל משקיעה גיאומטרית.²⁰ למעשה, הוספתי בשתי הטבלאות חישוב של גובה השמש תחת האופק 20 דקות לאחר השקיעה. פירוט השיטות השונות בהילוך מיל שהובאו בטבלאות: שיטות שונות בהילוך מיל: 18 דקות, 20 דקות, 22.5 דקות, 24 דקות.

17. קו רוחב (צפון): 31.940, קו אורך (מזרח): 35.037.

18. תוכנת כוכבים וזמנים שפיתחתי מדויקת יותר מפני שהיא משתמשת ב-אָפּאָמָאָרִיס עדכני של נאס"א, אך ההבדלים זעירים. ראו: <https://sites.google.com/view/cochavim-uzmanim>.

19. וראו בעבודת הדוקטור עמ' 175.

20. וראו גם בעבודת הדוקטורט, עמ' 99.

שמחה גרשון בורר

בהתאם לכך, שיטות שונות בהילוך שלושת רבעי מיל: 13.5 דקות, 15 דקות, 16.875 דקות, 18 דקות.
בהתאם לכך, שיטות שונות בהילוך ארבע מיל: 72 דקות, 80, דקות, 90 דקות. אמנם, השיטה שהילוך מיל הוא 24 דקות (רמב"ם) מתבססת על הקביעה שעלות השחר הוא כדי הילוך חמש מיל לפני הזריחה, ולפיכך: 120 דקות.
בנוסף: הובא חישוב לפי עשרים דקות לאחר השקיעה.

קביעת זמני היום ההלכתיים התלויים בגובה השמש תחת האופק

גובה השמש כמעלות תחת האופק, X דקות לאחר שקיעה גיאומטרית (0)

תאריך ימי קיצון: אריך, קצר, ושני בינוניים	שעת שקיעה גיאומטרית (שערן ישראל)	13.5 דקות (שיטה: 3/4 * מיל 18)	15 דקות (שיטה: 3/4 * מיל 20)	16.875 דקות (שיטה: 3/4 * מיל 22.5)	18 דקות (שיטה: 3/4 * מיל 24)	20 דקות (שיטה: משינה תורה תרומות כ, ז')	72 דקות (שיטה: 4 * מיל 18)	80 דקות (שיטה: 4 * מיל 20)	90 דקות (שיטה: 4 * מיל 22.5)	120 דקות (שיטה: 5 * מיל 24)
20.3.2022	17:47:16	2.863	3.181	3.576	3.816	4.240	15.195	16.864	18.941	25.092
21.6.2022	19:44:26	2.511	2.878	3.129	3.337	3.702	12.789	14.105	15.715	20.280
23.9.2022	18:31:35	2.868	3.186	3.582	3.823	4.247	15.224	16.897	18.979	25.150
21.12.2022	16:35:13	2.552	2.838	3.194	3.410	3.793	13.999	15.606	17.627	23.760
ממוצע שנתי		2.698	3.020	3.370	3.596	3.995	14.301	15.868	17.815	23.570

גובה השמלות במעלות X דקות לאחר שקיעה הלחיות-משיורית כולל רפלקציה (-0.833)

[illegible]

BDD

Bekhol Derakhekha Daehu
Journal of Torah and Scholarship

No. 38-40
2024-2026

Editor
Ely Merzbach

Bar-Ilan University Press 

Editor:	Ely Merzbach, Mathematics Dept., Bar-Ilan University
Sub-Editors:	Yehuda Friedlander, Dept. of Literature of the Jewish People, Bar-Ilan University Daniel Sperber, Talmud Dept., Bar-Ilan University
Founding Editor:	Cyril Domb, z"l
Editorial Board:	
Zohar Amar	Dept. of Land of Israel Studies, Bar-Ilan University
Yisrael Aumann	The Center for the Study of Rationality, The Hebrew University of Jerusalem
Joseph S. Bodenheimer	Jerusalem College of Technology (Machon Lev)
Aharon Enker	Faculty of Law, Bar-Ilan University
Dror Fixler	Faculty of Engineering, Bar-Ilan University
Aryeh Frimer	Chemistry Dept., Bar-Ilan University
Hillel Furstenberg	Mathematics Dept., Bar-Ilan University
Daniel Hershkowitz	Bar-Ilan University
Menachem Kellner	Dept. of Jewish History and Thought, Haifa University
Alexander Klein	Statistics Unit, Bar-Ilan University
Moshe Koppel	Computer Science Dept., Bar-Ilan University
David Leiser	Dept. of Behavioral Sciences, Ben-Gurion University of the Negev
Yehoshua Liebermann	School of Business Administration, Netanya Academic College
Shabtai Avraham Hacohen	Institute for Advanced Torah Studies, Bar-Ilan University
Rapaport	
Samuel Safran	Dept. of Materials and Interfaces, Weizmann Institute of Science, Rehovot
Jacob Schacter	Rabbi Joseph Soloveitchik Institute, Boston
Shubert Spero	Basic Jewish Studies Dept., Bar-Ilan University
Milon Sprecher	Chemistry Dept., Bar-Ilan University
Ari Z. Zivotofsky	The Leslie and Susan Gonda (Goldschmied) Multidisciplinary Brain Research Center, Bar-Ilan University

ISSN 0793-3894

©

Copyright Bar-Ilan University, Ramat Gan

All rights reserved, including those of translation.

No part of this journal may be reproduced or utilized in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying and recording, or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from the publisher.

Ramat Gan, 2026

CONTENTS

7*	Geula Twersky: Where Have all the Viziers Gone? Footprints of the Exodus in the Historical Record
39*	Mois Navon: The Trolley Problem Just Got Digital: Ethical Dilemmas in Programming Autonomous Vehicles
71*	Geula Twersky: The People of the Alphabet: The Alphabet's Development and Diffusion, a Re-Evaluation
107*	Eliane N. Maarek: The Torah Unveils the Mathematical Model of the Universe
149*	J. Jean Ajdler: Improving the Jewish Calendar According to Halakhah "Lest we Become the Derision of the Nations"
221*	Joshua Skarf: Tortani and Tortani de-Tortani: Transporting Heavy Loads in a Pre-Mechanical World
233*	J. Jean Ajdler: Maimonides on Early and Late New Moon Sightings of the New Month
283*	English Abstracts

Hebrew Section

7	Ely Merzbach: Parting from the Editorship of the Journal <i>B.D.D.</i>
9	Ariel Catane: "Until You Calculate"
27	Ariel Catane: The Number e in the Talmudim – "Rebbi's Tenth"
59	Dvir Ross: Statistical Analysis for the Religious Laws of Abstinence before Menstruation
75	Ariel Catane: "Rounded, Look at it as if it were Squared"
125	Doron Witztum: ELS Codes Research in the Torah: Measuring the "Specialist's List" in the Book of Genesis and in the "Extended Domain"
165	Simcha Gershon Bohrer: Determining the Halachic Times of the Day that Depend on the Height of the Sun Below the Horizon

181	Ariel Cohen: Four Thousand Two Hundred and Thirty-One Years Since the Creation of the World and the Septuagint Translation
191	Hezi Yizhaq: “For the Sake of Three the Sun Broke Through: Moses, Joshua, and Nakdimon b. Gurion”
225	Hyman M. Schipper & Raphael Afilalo: Kabbalah and Heisenberg’s Uncertainty Principle
255	Zvi Weinberger: The Heavens Proclaim the Magnificence of G-d
267	Zohar Amar: Omphacinum: Oil of Unripe Olive and its Uses
279	Yael Epstein: The Social and Economic Status of the Physician in Jewish Society in Roman Palestine during the Mishnah and Talmud
297	Yair Y. Shaki & Yehoshua Socol: Vaccinations: Mandatory or Voluntary?
303	Yisrael Katz & Shay Katz: Integrating Homosexuals in a Jewish Religious Community
313	Simcha Gershon Bohrer: Y-DNA Testing: Halakhic Implications Regarding the “Yichus” of Jewish Cohanim
331	Jacob Altman: The Claim of an Irresistible Urge in a Sexual Context - Talmud and Psychology
343	Shay Nissim Sarel: The Prohibition against Smoothing (ממחק) in the Light of Ancient Realia
357	Yitzhak Meitlis: The “Fourth Turning” Theory and Fourth Generation in the Bible
369	Elisha Gootwine: Application of the Rules of the “Best Model for Negotiating” in the Negotiations between Yaakov and Laban (Genesis, 30: 25-34)
383	Elisha Gootwine: The Story of Jacob and Laban in Light of Genetics
407	Hebrew Abstracts

List of Contributors

- Rabbi Raphael Afilalo, Esther Hamalka 64/1, Modiin
 J. Jean Ajdler (civil engineer), 33 Bellariastrasse, Zurich 8002, Switzerland
 Dr. Jacob Altman, Hanasi 16/13, Givat Shmuel
 Prof. Zohar Amar, Department of Land of Israel Studies and Archaeology, Bar-Ilan University
 Dr. Simcha Gershon Bohrer, "Science and Halacha" Learning Program, Department of General History of Bar-Ilan University
 Ariel Catane, PhD student in the Science and Halacha Program, Bar-Ilan University
 Prof. (Emeritus) Ariel Cohen, Institute of Earth Sciences, the Hebrew University of Jerusalem
 Dr. Yael Epstein, Director, Gedera Library
 Dr. Elisha Gootwine, Yehuda Borer 5, Herzliya
 Shay Katz, Amit Nahshon Yeshiva
 Yisrael Katz, Clalit Health Services, Jerusalem
 Dr. Eliane N. Maarek, 49 rue Barthélémy Danjou, 92100 Boulogne Billancourt, France
 Dr. Yitzhak Meitlis, Rotam 75, Ma'ale Adumim
 Mois Navon, Founding Engineer of Mobileye, PhD Student, Department of Jewish Philosophy, Bar-Ilan University
 Dr. Dvir Ross, Software Engineering Department, Shenkar College; Computer Sciences Department, Sami Shamoon College of Engineering
 Shay Nissim Sarel, PhD student, Department of Land of Israel Studies and Archaeology, Bar-Ilan University
 Prof. Hyman M. Schipper, Jewish General Hospital, McGill University, Montréal, Canada
 Dr. Yair Y. Shaki, Jerusalem College of Technology
 Joshua Skarf, Yehoshua bin Nun 43b/12, Jerusalem
 Dr. Yehoshua Socol, Jerusalem College of Technology
 Geula Twersky, POB 219, Neve Daniel
 Prof. Zvi Weinberger, 54A Hapigsa St., Jerusalem (formerly Lev Academic Center)
 Doron Witztum, 20a Hahida St., Jerusalem
 Prof. Hezi Yizhaq, Department of Solar Energy and Environmental Physics, Blaustein Institutes for Desert Research, Ben-Gurion University of the Negev, Sede Boqer Campus, Midreshet Ben Gurion

ABSTRACTS

- a. An overall p-level of 0.00138 is obtained for our measurements in the Book of Genesis.
- b. The results are even more significant in the extended domain, with an overall p-level of 0.0001.
- c. The same measurements in a Hebrew translation of Tolstoy's *War and Peace* (which was also used by MBBK) showed no significance.

The "specialist's list" includes names, appellations and dates for 33 famous rabbis, but as stated above, only 30 of them are included in WRR's 32 rabbis. However, Emanuel prepared data for all of WRR's 32 rabbis. In Part B of our paper, we used Emanuel's data for the 32 rabbis. The results are more significant, both for Genesis and for the extended domain, than those reported in Part A.

In Part C we show that if Emanuel's data for WRR's 32 rabbis is written in the grammatical orthography ("ktiv dikduki" in Hebrew) as was done for the WRR data and as Emanuel was asked to do by his employers, the result would be even more significant both in the Book of Genesis as well as in the extended domain.

MBBK were correct in declaring that their specialist's list has great importance. The results reported in the current paper clearly refute their main assertion and prove that there is a genuine phenomenon of ELS encoding in the Torah.

Determining the Halachic Times of the Day that Depend on the Height of the Sun Below the Horizon

Simcha Gershon Bohrer

The Jewish calendars in use today include the times of *alot hashachar* and the times of *tzet hachochavim* based on the level of darkness calculated by the height of the sun below the horizon. This article discusses the ways in which the height of the sun needed to define these times is determined, based on the central question: what is the season of the year that the sages of the Talmud were referring to when they determined that *tzet hachochavim* is "to walk three quarters of a mile" after sunset, and that *alot hashachar* is to walk four miles before sunrise. It is common to understand that the words of the Talmud refer to the day of the Nissan period. This article offers a

ABSTRACTS

different understanding, according to which the words of the Talmud refer to most days of the year, and therefore the height of the sun that defines these times must be determined according to the length of twilight on an annual average, and not according to the Nissan period where the length of twilight is the shortest. In addition, this article suggests that the determination of the level of darkness be according to geometric sunrise and sunset (the center of the sun at 0 degrees with the horizon) because they are the main factors in the level of darkness of the sky, and not according to halachic sunrise and sunset (the setting of the upper part of the sun's circle on a flat horizon, plus refraction). In general, the advantages of the corrections proposed in this article are to match more precisely the times of *alot hashachar* and *tzet hacoachavim*, and the average level of darkness - and its causes, most of the year (in the Land of Israel).

Four Thousand Two Hundred and Thirty-One Years Since the Creation of the World and the Septuagint

Ariel Cohen

The only references in the Talmud to the counting of years from the Creation of the world appear in tractate *Avodah Zarah*, where it is stated that in the year 4231, and in tractate *Sanhedrin*, in the year 4291, the war of Gog and Magog will occur and the days of the Messiah will arrive. The year given in tractate *Sanhedrin* was regarded by the Vilna Gaon as inaccurate, and he notes that the intention there is in fact the same year 4231 mentioned in tractate *Avodah Zarah*.

We demonstrate that the year 4231 is unique, and that it is no coincidence that it is mentioned both in tractate *Avodah Zarah* and in additional passages in tractate *Sanhedrin* in the context of the coming of the Messiah. This is understood in light of the belief that one day for the Holy One, blessed be He, is equivalent to one thousand years, and that therefore redemption is destined to arrive when multiples of one thousand years have elapsed since Creation.

We show that the year 4231 from Creation, according to the conventional Masoretic chronology detailed in *Seder Olam*, is precisely the year in which 6,000 years will have elapsed according to the reckoning of years